Conjunto solución de un problema:

La solución de un problema es siempre un conjunto de elementos, el cual puede ser un conjunto finito, un conjunto infinito o bien un conjunto vacío.

Daremos algunos ejemplos de cada caso para ilustrar esta situación.

En un sistema de ecuaciones como por ejemplo:

$$2x+3y+z = 4$$
$$x - y = -7$$

De la segunda ecuación obtenemos: $x = -7+y$; al reemplazar en la primera, se tendrá

$$2(-7+y)+3y+z = 4 \leftrightarrow -14+2y+3y+z = 4 \leftrightarrow z = 18-5y$$

En consecuencia:

$$x = -7+y$$
$$z = 18-5y$$

describen un conjunto infinito de soluciones, para cualquier valor que tome la indeterminada y , se tendrá una tripleta de valores (x, y, z)

Esta situación es clara desde el momento en que habiendo tres indeterminadas, hay presentes sólo dos condiciones o "ecuaciones que vinculan " las tres. La situación puede cambiar si agregamos una tercera condición en forma de ecuación o de inecuación, como por ejemplo: $y + 6 \geq 5$ u otra cualquiera en que aparezcan las tres variables , como por ejemplo : $x+y-z < 7$

Desde esta perspectiva, para la obtención de un conjunto finito de soluciones se "requiere de más datos" ("exigencias" o "condiciones")

Conviene llegar a ser capaz de alcanzar este nivel de análisis de un problema.

Soluciones que no son solución:

Por ejemplo en la resolución de la ecuación irracional: $\sqrt{x+1} = x-1$

Lo que se aprende como algoritmo de resolución es que se debe elevar al cuadrado ya que el índice de la raíz es dos. Al realizar tal acción se obtiene:

$$x+1 = x^2 -2x +1$$
$$x^2 -2x +1= x+1$$
$$x^2-3x = 0$$
$$x = 0 \vee x = 3$$

pero al reemplazar 0 en la ecuación propuesta, obtenemos: $\sqrt{1} = -1$
lo que es indudablemente una expresión falsa.
Lo que hemos olvidado, seguramente, es que todo problema, en este caso una ecuación irracional muy simple, tiene sentido dentro de cierto contexto.

En el leguaje de las Matemáticas, lo llamamos Conjunto Universo, que en este caso está dado por la solución del sistema de inecuaciones siguiente:

$$x+1 \geq 0$$
$$x-1 \geq 0$$

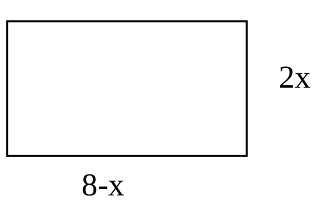
Siendo en este caso el conjunto Universo : U= $[1,\infty[$ y podemos observar que $3 \in U$ pero $0 \notin U$.

En general entonces , “*las soluciones que no son solución*” las encontramos cuando resolvemos un problema(ecuación o inecuación), sin considerar previamente el Conjunto Universo de dicho problema(ecuaciones, inecuaciones, sistemas de ecuaciones, etc.)

A continuación analizaremos nuevos ejemplos:

• Hallar las dimensiones del rectángulo cuya área es igual a 24 cm^2. Siendo la base igual a la diferencia entre 8 y la mitad de la altura.

Sea 2x la altura.
Según la fórmula para el área de un rectángulo : A = (base)·(altura)



$$\boxed{\begin{gathered}(8-x)\cdot(2x) = 24\\ 16x-2x^2 = 24\\ 2x^2 -16x +24 = 0\\ x^2 -8x +12 = 0\\ (x-6)\cdot(x-2) = 0\\ x = 6 \vee x = 2\end{gathered}}$$

Se han obtenido dos resultados que están dentro del Universo U = $]0,8[$

Ya que la base $8\text{-}x > 0 \rightarrow 8 > x \rightarrow x \in]-\infty,8[$
mientras que la altura : $2x > 0 \rightarrow x \in]0,\infty[$

en donde el Universo U= $]-\infty,8[\cap]0,\infty[$

Se tendrían los siguientes resultados:

	base	altura
Primer rectángulo	2	12
Segundo rectángulo	6	4

Un problema semejante:

Hallar las dimensiones del rectángulo cuya área es igual a 24 cm^2 ; en donde la base es igual a la altura aumentada en dos.

Resolución: Sea x la altura y la base x+2

La ecuación que resuelve el problema es : $(x+2)\cdot x = 24$
$x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow (x+6)\cdot(x-4) = 0 \rightarrow x = -6 \vee x = 4$

Siendo el Universo (para este problema) U= $]0,\infty[$, ya que los lados se describen por números positivos.

Como se observa, hemos obtenido dos resultados, en donde uno sólo de ellos es pertinente: repitiendo la expresión usada anteriormente, "*hay una solución que no es solución.*"