

## Cómo generalizar

El problema de la generalización:

Algunos pasos útiles a seguir para lograr generalizaciones de procesos y procedimientos.

Por ejemplo es posible que queramos diseñar un programa de computadora que encuentre el mcd entre "n" números. Entonces sobre la base de un programa que está, diseñado para dos números, es posible escribir uno más general que sirva para tres y luego para cuatro, finalmente para una cantidad arbitraria "n".

Algunas sugerencias útiles a seguir:

1.- Observar comportamiento de las distintas variables en juego en casos concretos o particulares respecto a :

- procedimiento.
- variables en juego.
- constantes.

2.- Realizar desarrollo completo de los casos concretos(particulares) observando:

- Condiciones en que se realiza.
- rango de validez, alcance.
- casos especiales (de excepción, o que contradicen la regla, o casos límites.)
- ampliar procedimientos a 2, 3,.. n variables.
- al pasar a "n" variables conviene hacer uso de símbolos generales (letras, y en el caso de programas de computadora variables subindicadas, vectores o matrices.)

3.- Este grupo de sugerencias se halla abierto a la discusión y a la inclusión de otras nuevas.

Pasamos en seguida a mostrar el programa mencionado (escrito en Visual Basic)

Rem... los números ingresados por caja de texto son convertidos en números...

```
a = Val(primernúmero.Text)
b = Val(segundonúmero.Text)
```

Rem se asignan los valores a otras variables para guardarla ya que en el proceso de cálculo éstas se van a ir modificando...

```
AA = a
BB = b
```

```
10 cuociente = Int(a / b)
```

```

residuo = a - b * cuociente
If residuo = 0 Then mcd = b
If residuo <> 0 Then
a = b: b = residuo
End If
If residuo <> 0 Then 10

```

```

Print " para los números:"; AA; " y "; BB
Print "mcd es "; mcd

```

Nota bene: Queda de ejercicio para el lector generalizarlo a tres números.

¿Puede generalizarlo a “n” números ?

.....

Induciendo una regla general.

(GENERALIZANDO UN PROCEDIMIENTO O ALGORITMO.)

El proceso de generalización, la inducción en Matemáticas, son elementos importantes dentro del quehacer de la Ciencia en particular y del quehacer humano en general. Pero , para generalizar hay que tener mucho cuidado. En este documento se muestran algunos ejemplos, que nos permitirán visualizar en alguna medida el poder de la Inducción, como asimismo los peligros de las generalizaciones incorrectas.

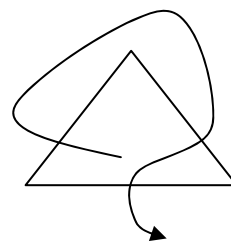
PRIMERA ACTIVIDAD:

“ Recorridos de la mosca de dentro hacia fuera. Primera Situación.”

“ Una mosca se halla en el interior de cada una de las figura que muestra el grabado e intenta cruzar todos los lados de las mismas una vez solamente, terminando siempre FUERA de la figura.”

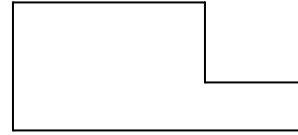
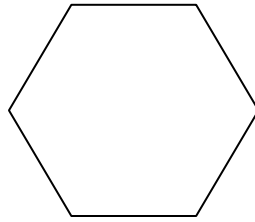
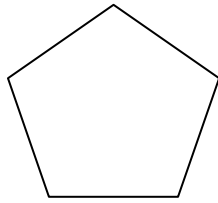
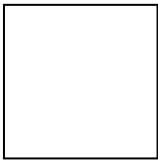
¿ En cuáles de esas figuras puede la mosca trazar un recorrido de dentro hacia fuera ?

La figura muestra que es posible en el caso del triángulo...



La mosca puede salir.

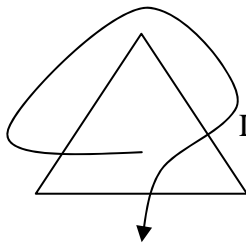
Determinar la regla que rige en general para cualquier figura de  $n$ - lados.



## SEGUNDA ACTIVIDAD:

“Recorridos de la mosca de dentro hacia dentro. Segunda Situación.”

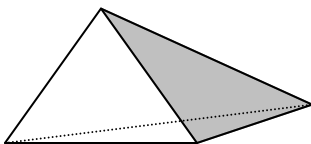
En esta ocasión la mosca debe empezar y terminar DENTRO de las figuras. ¿Puede cruzar todos los lados una vez únicamente? La figura adjunta muestra que en el caso del triángulo no es posible. ¿Existe también una regla general que describa esta situación para una figura de  $n$ -lados ?



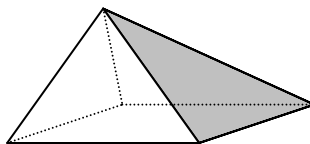
La mosca queda afuera Y ya NO PUEDE ENTRAR.

Resolver Primera y segunda Situación.

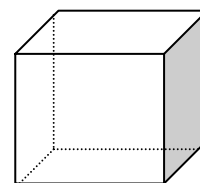
Para el caso de los cuerpos que se muestran: En primer lugar se deben contar el número de caras de cada cuerpo.



Pirámide triangular



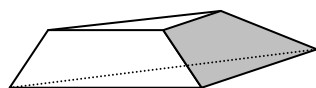
Pirámide cuadrangular



cubo

¿Existe también una regla general que describa esta situación para un cuerpo de  $n$ -caras ?

Sugerencias :



Tronco de pirámide  
triangular

- Haga un listado de cada figura, considerando número de lados y si se cumple o no lo solicitado para cada caso.
- Observe en qué casos se cumple y en cuáles no.
- establezca regla general, y compruébela para otros casos no considerados.

Nuevo ejercicio:

Observe la siguiente secuencia :

$$\begin{aligned} 52 &= 25 \\ 152 &= 225 \\ 252 &= 625 \\ 352 &= 1225 \\ 452 &= 2025 \end{aligned}$$

.....

¿ Qué puede inducir para 552 ; 652 ; 752 ; etc para los cuadrados de número terminados en cinco ? ¿ Es posible inducir una Regla general ? Si es así, cuál sería.

**Nota bene:** Una regla general en Matemáticas es necesario demostrarla, se omite la demostración en este caso porque sobrepasa el nivel de este documento.

### **CUIDADO CON LAS FALSAS INDUCCIONES:**

“ Si tomamos un número natural cualquiera, le sumamos su cuadrado y al resultado le sumamos 41, obtenemos un número primo”; podría ser la conclusión a la que llegaríamos después de analizar los siguientes casos:

Para 1 es cierto ya que :  $1 + 1^2 + 41 = 43$  que es primo.

Para 2 es cierto ya que :  $2 + 2^2 + 41 = 47$  que es primo.

Para 3 es cierto ya que :  $3 + 3^2 + 41 = 53$  que es primo.

Para 4 es cierto ya que :  $4 + 4^2 + 41 = 61$  que es primo.

- Siga Ud. Comprobándolo para los siguientes números naturales.( algunos pocos más, en forma aleatoria si así lo desea)
- Probar con 40.
- ¿ Qué podemos concluir ?